



SONSUZ DERİN AKIŞKANA TAM DALDIRILMIŞ SİLİNDİRİK KABUKLARIN HİDROELASTİK ANALİZİ

İbrahim Tuğrul Ardıç¹, Ahmet Ergin²

^{1,2} İstanbul Teknik Üniversitesi Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, Maslak, 34469, İstanbul

ABSTRACT

Free vibration of a cylindrical shell submerged in a unbounded fluid medium is investigated. The shell is assumed to be thin and isotropic, thus thin shell theory is applied, and the effects of compressibility of water and viscosity are neglected. When the fluid is ideal and fluid forces are associated with inertial effect of surrounding fluid, linear fluid-structure system can be adopted. This linear hydroelasticity theory consist of two parts. First of this, the dry or in-vacuo analysis in which the structure vibrates in the absence of any structural damping or external forces. In the wet part of analysis, it is assumed that structure preserves its in vacuo mode shapes and each mode shape brings about a corresponding surface pressure distribution of the cylindrical shell. Direct Boundary Element Method (DBEM) is applied to determine perturbation potential of the surrounding fluid. To assess the accuracy of the presented mathematical model, the wet natural frequencies compared with the available experimental results.

ÖZET

Bu çalışmada sonsuz derin akışkana tam daldırılmış silindirik kabukların dinamik karakteristikleri incelenmiştir. Akışkanın sıkıştırılamaz ve irrotasyonel; akışkan kuvvetlerinin akışkan ataleti ile aynı fazda olduğu kabulüyle, yapı-akışkan etkileşimi problemi lineer hidroelastisite teorisi kapsamında ele alınmıştır. Yapı-akışkan etkileşiminin lineer hidroelastik teori çerçevesinde analizi vakum koşullarındaki ve akışkan ortamındaki yapının dinamik analizi olarak ikiye ayrılmıştır. Vakum analizinde, serbest titreşen yapının herhangi bir dış kuvvet ve sönüm etkisi altında olmadığı durumdaki dinamik analizi gerçekleştirilmiştir. Yapının ıslak analizinde, potansiyel akış analizi probleminin direkt sınır eleman yöntemi (DBEM) kullanılarak, yapının vakum koşullarındaki dinamik yer değiştirmelerinin, problemin sınır şartlarını oluşturduğu durumda çözülmesiyle, akışkan hız potansiyeli yapının ıslak yüzeyi boyunca elde edilmiştir. Akışkan serbest yüzey dalgalarının olmadığı durumda, yapı-akışkan etkileşimi hareket denkleminde yalnızca eksu kütlesi katsayıları aracılığıyla temsil edilmiştir. Elde edilen sonuçların, literatürdeki deneysel ve analitik çalışmalar neticesinde elde edilen sonuçlarla uyum içinde olduğu gözlemlenmiştir.

GİRİŞ

Silindirik kabuklar yakıt depolama tankları olarak, nakil hatlarında, açık deniz yapılarında taşıyıcı eleman olarak sıklıkla kullanılmaktadırlar. Bu sebeple özellikle gemi inşaatı ve açık deniz yapılarının tasarımında, silindirik kabukların dinamik karakteristiklerinin doğru bir şekilde belirlenebilmesi büyük önem arz etmektedir.

Warburton'un [1] teorik çalışması akışkanla temas halindeki silindirik kabukların dinamik karakteristiklerinin araştırıldığı öncü çalışmalara örnek olarak gösterilebilir. Bu çalışmada silindirik kabuğun sonsuz derin akışkana tam daldırıldığı, serbest yüzey etkilerinin olmadığı kabul edilmiştir. Lindholm ve diğ. [2] ile Jain [3] serbest yüzey etkilerinin probleme dahil olduğu akışkanla kısmen temas halindeki düşey silindirik kabukların dinamik karakteristiklerini sırasıyla deneysel ve teorik olarak incelemişlerdir. Benzer problem Chiba ve diğ. [4] ile Goncalves ve Ramos [5] tarafından yaklaşık yöntemlerle (Galerkin, Rayleigh-Ritz v.b.) incelenmiş, Lakis ve Paidoussis [6] ise kısmen akışkanla dolu düşey silindirik kabuğun dinamik analizini sonlu elemanlar metodu ile gerçekleştirerek akışkan-yapı etkileşimi problemlerinin sayısal yöntemler ile ele alınmasının öncülüğünü yapmışlardır. Askari ve Jeong [7] ise üst kısımdan mesnetlenmiş düşey silindirik kabuğun yüzeyindeki akışkan hız potansiyelini, Bessel fonksiyonları aracılığıyla ifade etmiştir.

Bu çalışmada ise sonsuz derin akışkana tam daldırılmış silindirik kabukların dinamik karakteristikleri araştırılmıştır. Akışkanın viskoz olmayan, sıkıştırılmaz ve irrotasyonel, akışkan atalet kuvvetleri ile yapının ivmelenmesinin aynı fazda olduğu kabulüyle; dinamik akışkan-yapı etkileşimi problemini vakum analizi ve ıslak analiz olmak üzere iki ayrı kısımda ele almak mümkün olmaktadır. Yapının vakum koşullarındaki dinamik analizi, ANSYS sonlu elemanlar yazılımı aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Vakum koşullarında elde edilen karakteristik frekanslar ile her bir karakteristik frekansa karşılık gelen modal yer değiştirmeler, ıslak analiz probleminin girdilerini oluşturmuştur. Hareket denkleminde akışkan sönüm etkileri ihmal edilmiş; yapı-akışkan etkileşimi hareket denklemine yalnızca eksu kütlesi katsayıları aracılığıyla dahil olmuş, akışkan pertürbasyon hız potansiyelleri, potansiyel akış probleminin sınır eleman metodu aracılığıyla çözülmesiyle elde edilmiştir.

MATEMATİKSEL MODEL

Elastik bir yapının dış kuvvetler etkisi altındaki hareketleri aşağıdaki denklem aracılığıyla ifade edilir

$$M \ddot{\mathbf{q}}(t) + C \dot{\mathbf{q}}(t) + K \mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}(t) \quad (1)$$

(N×N) boyutlarındaki **M**, **C** ve **K** matrisleri sırasıyla genelleştirilmiş kütle, sönüm ve rijitliği; $\ddot{\mathbf{q}}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$ ve $\mathbf{q}(t)$ ise sırasıyla genelleştirilmiş koordinatlarda ivme, hız ve yer değiştirmeyi ifade etmektedirler. N ise yapının ıslak dinamik davranışlarını doğru bir şekilde belirleyebilmek için probleme dahil edilmesi gereken asal koordinat sayısını ifade etmektedir. Denklemin sağ tarafında yer alan $\mathbf{Q}(t)$ ifadesi ise yapıya etkileyen genelleştirilmiş dış kuvvetleri temsil etmektedir. Sönüm kuvvetlerinin ihmal ve dış kuvvetlerin yokluğunda yapının dinamik davranışı

$$M \ddot{\mathbf{q}}(t) + K \mathbf{q}(t) = 0 \quad (2)$$

denklemleri ile belirlenir. Sistemin dinamik davranışlarının zamanla harmonik değiştiği kabulüyle, hareket denklemi için $\mathbf{q}(t) = \mathbf{u}e^{i\omega t}$ formundaki bir çözüm aracılığıyla

$$[-\omega_n^2(\mathbf{M} + \mathbf{A}) + \mathbf{K}]\mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

ifadesi elde edilir. ω_n , sistemin karakteristik ıslak frekanslarından her biridir. $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T$ vektörü, yapı üzerinde herhangi bir noktadaki titreşim genliğinin, ele alınan n adet modun her birinin belirtilen noktadaki yer değiştirmelere katkısının oran olarak temsilidir. (3) eşitliği, N adet ω değeri ile karşılık gelen u vektörünün araştırıldığı bir özdeğer problemi olarak adlandırılır. Özdeğer probleminin çözülmesiyle sisteme ait ıslak durumdaki

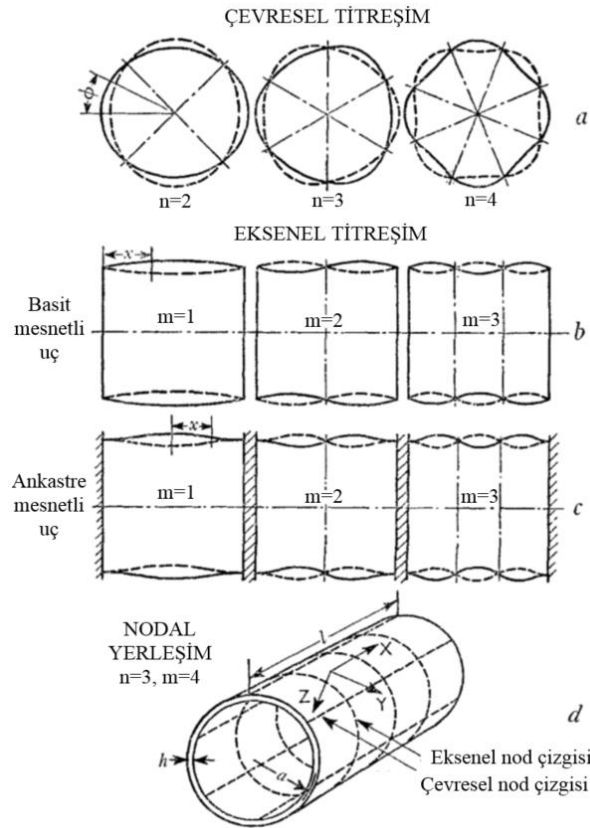
özdeğerler, ω_n , ile karşılık gelen mod şekillerinin konfigürasyonunu temsil eden özvektörler, \mathbf{u} , elde edilir. (3) eşitliğinde A katsayısı,

$$\mathbf{A}_{rk} = \frac{\rho}{\omega^2} \iint_{S_w} \mathbf{n} \mathbf{u}_r \omega^2 \Phi_k dS \quad (4)$$

şeklinde tanımlanmıştır ve r. modal titreşimin k. mod üzerindeki genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayısı olarak adlandırılır [8]. ρ akışkan yoğunluğunu, \mathbf{n} her bir panelin yüzey normal vektörünü, ω sistemin vakum koşullarındaki her bir doğal frekansını, \mathbf{u}_r genelleştirilmiş koordinatlarda yapının vakum koşullarında her bir karakteristik frekansına karşılık gelen mod şeklini, Φ_k her bir mod için yapının ıslak yüzeyindeki toplam akışkan hız potansiyelini, S_w ise yapının toplam ıslak yüzey alanını temsil etmektedir. Elde edilen genelleştirilmiş eksü kütlesi matrisinin, \mathbf{A}_{rk} , yapı-akışkan etkileşim problemi kapsamında ele alınan maksimum mod sayısını temsil eden MxM boyutlarında olacağı açıktır.

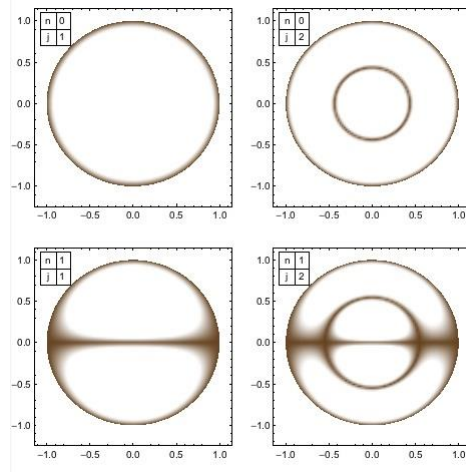
SAYISAL SONUÇLAR

Silindirik kabukların dinamik davranışları ile modal konfigürasyonlarını ifade edebilmek amacıyla mod şekilleri, silindirin eksenini doğrultusunda ve silindir eksenine dik düzlem üzerindeki sabit dalga sayısını temsil eden iki bileşene ayrılmıştır. Silindir eksenine dik düzlem üzerinde yer alan sabit nokta sayısının yarısı, n, ile temsil edilmektedir. (Şekil 1.a). Eksenel doğrultudaki yerleşimi temsil eden modlar, silindirin iki ucu arasındaki yarım dalga sayısı, m, ile temsil edilmektedir. (Şekil 1.b,c)



Şekil 1. Silindirik kabuğun çevresel ve eksenel dalgalar için modal konfigürasyonlarının gösterimi [9].

Silindirin uçlarındaki ince dairesel plaklara ait modlar $p_{i(n,j)}$ notasyonu ile tanımlanmıştır. i , karakteristik frekansların küçükten büyüğe sıralandığı durum için ele alınan modun tüm plak modları içinde sıralamadaki yerini göstermektedir. n , plak üzerinde çap oluşturacak şekilde sıralanan düğüm çizgisinin adedini; j ise plak üzerinde ele alınan herhangi bir çap çizgisini kesen düğüm noktası adedinin yarısını ifade etmektedir. Plaka ait mod şekillerini tanımlayan notasyon Şekil 2’de görülmektedir.



Şekil 2. Dairesel plak için modal konfigürasyonun tanımlanmasında tercih edilen notasyon.

Oluşturulan matematik model kapsamında, vakum ve ıslak durumda elde edilen yapının dinamik karakteristiklerinin doğruluğu, silindirik kabuk aracılığıyla araştırılmıştır. Çalışma kapsamında ele alınan geometrinin fiziksel ve geometrik özellikleri Şekil 3’de verilmiştir. Silindirik kabuğun vakum durumundaki frekanslarının elde edilmesi amacıyla, analitik yöntemler ve hesaplamalı yöntemlerden sonlu elemanlar metodundan yararlanılmıştır.

Tam boy, $L(m)$; 1.284
Dış yarıçap, $R(m)$; 0.18
Cidar kalınlığı, $a(m)$; 0.003
Malzeme; Düşük karbonlu çelik
Yoğunluk, $\rho(kg/m^3)$; 7800
Young Modülü, $E(N/m^2)$; $2.1E+11$
Poisson oranı, ν ; 0.29

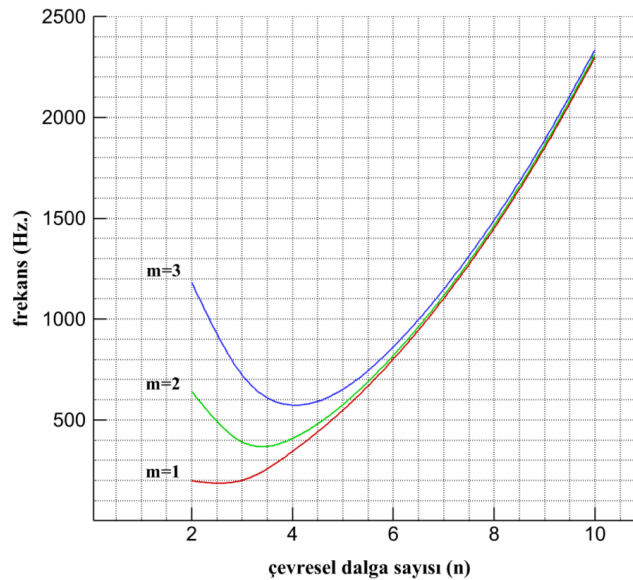
Şekil 3. Elastik silindirik kabuğun fiziksel ve geometrik özellikleri.

Sonlu elemanlar metodu aracılığıyla serbest titreşim analizi neticesinde elde edilen vakum koşullarındaki karakteristik frekans değerlerinin yakınsaklık analizi, analitik metotlarla elde edilen sonuçlar aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Vakum koşullarındaki silindirik kabuğun analitik ve sayısal yöntemlerle elde edilen karakteristik frekans değerleri Çizelge 1’de görülmektedir.

Çizelge 1. Silindirik kabuğun vakum durumundaki karakteristik frekansları (Hz).

Mod numarası (m-n)	a = 3 mm.			
	Analitik Yöntem	FEM, 1289 eleman	FEM, 2132 eleman	FEM, 4790 eleman
1-2	198,7	197,8	197,8	197,8
1-2	198,7	197,8	197,8	197,8
1-3	203,3	201,1	201,0	201,0
1-3	203,3	201,1	201,0	201,0
p1(0,1)	-	215,5	214,9	214,7
p2(0,1)	-	223,7	223,1	222,9
1-4	349,5	344,1	343,9	343,8
1-4	349,5	344,1	343,9	343,8
2-3	392,6	391,4	391,2	391,1
2-3	392,6	391,4	391,2	391,1
2-4	411,7	408,3	408,0	407,8
2-4	411,7	408,3	408,0	407,8

İlk üç eksenel yarım dalga sayısı ile ilk on çevresel dalga sayısına karşılık gelen modlara ait vakum durumundaki karakteristik frekanslar Şekil 4’de görülmektedir. Grafikte dikkate değer önemli bir nokta, özellikle $m=2$ eksenel yarım dalga sayısından itibaren en düşük frekans değerlerinin, en düşük çevresel dalga sayısına denk gelmeyişiştir. Karakteristik frekans değerleri $m=2$ ve $m=3$ için sırasıyla $n=3$ ve $n=4$ çevresel dalga sayılarında en düşük değerlerini almaktadırlar. Arnold ve Warburton [10] bu durumu silindirik kabuğun şekil değiştirme enerjisi ile ilişkilendirmişler; modal konfigürasyon ile uyumlu olarak silindirin eni ve boyu doğrultusunda birim şekil değişikliği meydana getirmek için gereken enerji miktarının her iki durumda farklı olduğunu, dolayısıyla herhangi bir eksenel yarım dalga sayısına ait minimum karakteristik frekans değerinin herhangi bir çevresel dalga sayısına karşılık gelebileceğini vurgulamışlardır.



Şekil 4. Vakum koşullarında ilk üç eksenel yarım dalga sayısı için artan çevresel dalga sayısının karakteristik frekanslar üzerindeki etkisi.

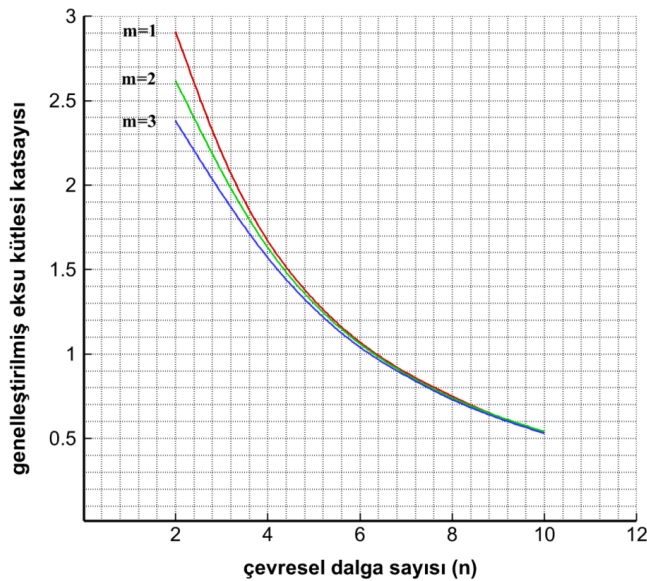
Silindirik kabuğa ait ıslak frekansların yakınsaklık analizi, Ergin ve diğ. [11] tarafından elde edilen deneysel sonuçlar aracılığı ile gerçekleştirilmiştir (Çizelge 2). Kenar uzunluğu 25 mm. olan 3000 adet panel aracılığıyla ayrıklaştırılmış yapı için elde edilen sonuçların, deneysel

sonuçlar ile uyum içinde olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca vakum durumunda silindirik kabuğun her bir karakteristik frekansına ait elde edilen iki adet simetrik modun, beklenildiği üzere genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayılarının aynı olması sebebiyle, vakum frekanslarında olduğu gibi, ıslak frekansları da aynıdır.

Çizelge 2. Silindirik kabuk ile dairesel plağın karakteristik ıslak frekansları (Hz).

		Sınır elemanın kenar uzunluğu (mm)			Hata oranı %		
		35 mm.	30 mm.	25 mm.			
Mod numarası m,n i(n,j)	Ergin ve diğ. (1992)	BEM, 1779 eleman	BEM, 2132 eleman	BEM, 3000 eleman	ε (1779 elem.)	ε (2132 elem.)	ε (3000 elem.)
1-2	99,0	102,1	101,6	101,0	3,13	2,63	2,02
1-2	-	102,1	101,6	101,0	-	-	-
1-3	114,4	117,0	115,9	114,6	2,27	1,31	0,17
1-3	-	117,0	115,9	114,6	-	-	-
p1(0,1)	92,2	91,4	92,3	92,5	0,86	0,11	0,32
p2(0,1)	101,0	101,9	103	103,3	0,89	1,98	2,28
1-4	217,5	222,1	219,3	215,8	2,11	0,83	0,78
1-4	-	222,1	219,3	215,8	-	-	-
2-3	225,2	231,7	229,5	226,9	2,89	1,91	0,75
2-3	-	231,7	229,5	226,9	-	-	-
2-4	260,0	265,9	262,5	258,2	2,27	0,96	0,69
2-4	-	265,9	262,5	258,2	-	-	-

Eksenel yarım dalga ve çevresel dalga sayısının genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayısına etkisi Şekil 5’de görülmektedir. En düşük çevresel dalga sayısı $n=2$ için eksenel yarım dalga sayısındaki bir birim artışın ilgili modal konfigürasyona ait genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayısında 10% mertebesinde azalmaya yol açtığı; benzer şekilde en düşük eksenel yarım dalga sayısı $m=1$ için $n=2$ ve $n=3$ çevresel dalga sayılarına karşılık gelen genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayıları arasında %25 oranında fark olduğu görülmektedir.



Şekil 5. $m=1,2,3$ eksenel yarım dalga ile ilk on çevresel dalga sayısı için genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayıları (kgm^2).

$n=4$ ve daha yüksek çevresel dalga sayılarında ise eksenel yarım dalga sayısındaki artışın genelleştirilmiş eksü kütlesi üzerindeki etkisini tamamen yitirdiği, fakat ele alınan tüm eksenel yarım dalgalara denk gelen modlar için çevresel dalga sayısındaki artışın genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayısı üzerinde etkili olduğu görülmektedir. Şekil 5 genel anlamda değerlendirildiğinde, çevresel dalga sayısının genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayısı üzerindeki etkisinin eksenel yarım dalga sayısına nazaran daha fazla olduğu söylenebilir.

SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER

Bu çalışmada ileri hızı olmayan sonsuz derin akışkana tam daldırılmış kabukların dinamik karakteristikleri lineer hidroelastisite teorisi aracılığıyla araştırılmıştır. Elde edilen ıslak frekans değerleri, literatürdeki analitik ve deneysel yöntemler aracılığıyla elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmış ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

- i) Ele alınan silindirik kabuk için herhangi bir eksenel yarım dalga sayısına ait minimum karakteristik frekans değerinin herhangi bir çevresel dalga sayısına karşılık gelebileceği gözlemlenmiştir.
- ii) Akışkanla temas halindeki yapının mod şekillerinde titreştiği durumda sistemin toplam kinetik enerjisindeki artış sebebiyle, elde edilen ıslak frekans değerlerinin vakum koşullarındakine nazaran azaldığı gözlemlenmiştir.
- iii) Yapının modal konfigürasyonunu temsil eden dalga sayısı arttıkça, bir başka deyişle yapının modal konfigürasyonu karmaşık bir hal aldıkça, ilgili moda ait genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayısının azaldığı gözlemlenmiştir.
- iv) Ele alınan geometri için, çevresel dalga sayısının genelleştirilmiş eksü kütlesi katsayısı üzerindeki etkisinin eksenel yarım dalga sayısına nazaran daha fazla olduğu gözlemlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] G.B. Warburton, Vibration of a cylindrical shell in an acoustic medium, *Journal of Mechanical Engineering Science*. 3 (1961) 69-79.
- [2] U.S. Lindholm, D.D. Kana, H.N. Breathing vibrations of a circular cylindrical shell with an internal liquid, *Journal of the Aerospace Sciences*. 29 (1962) 1052–1059. doi: 10.2514/8.9693
- [3] R.K. Jain, Vibration of fluid filled, orthotropic cylindrical shells, *Journal of Sound and Vibration*, 37 (1974) 379–388. doi: 10.1016/S0022-460X(74)80253-1
- [4] M. Chiba, N. Yamaki, J. Tani, Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid – Part I: Theoretical Analysis, *Thin-Walled Structures*, 2 (1984) 265–284. doi: 10.1016/0263-8231(84)90022-3
- [5] P.B. Gonçalves, N.R.S.S Ramos, Free vibration analysis of cylindrical tanks partially filled with liquid, *Journal of Sound and Vibration*, 195 (1996) 429–444. doi: 10.1006/jsvi.1996.0436
- [6] A.A. Lakis, M.P. Paidoussis, Free vibration of cylindrical shells partially filled with liquid, *Journal of Sound and Vibration*, 19 (1971) 1–15. doi: 10.1016/0022-460X(71)90417-2
- [7] E. Askari, K.H. Jeong, Hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical shell partially submerged in a liquid, *Ocean Engineering*, 37 (2010) 1027–1035. doi: 10.1016/j.oceaneng.2010.03.016
- [8] A. Ergin, B. Uğurlu, Linear vibration analysis of cantilever plates partially submerged in fluid, *Journal of Fluids and Structures*, 17 (2003) 927–939. doi: 10.1016/S0889-9746(03)00050-1

- [9] R. N. Arnold, G. B. Warburton, The flexural vibrations of thin cylinders, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 167 (1953) 62–80. doi: 10.1243/PIME_PROC_1953_167_014_02
- [10] R. N. Arnold, G. B. Warburton, Flexural vibrations of the walls of thin cylindrical shells having freely supported ends, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 197 (1949) 238–256. doi: 10.1098/rspa.1949.0061
- [11] A. Ergin, W. G. Price, R. Randall, P. Temarel, Dynamic characteristics of a submerged, flexible cylinder vibrating in finite water depths, *Journal of Ship Research*, 36 (1992) 154–167.